



# 10 años enseñando matemáticas con vídeos

Juan Medina Molina  
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística  
Universidad Politécnica de Cartagena



10 enseñando matemáticas con vídeos

Todo surge con el objetivo de  
mejorar mi labor.



## 10 enseñando matemáticas con vídeos

Deficiencias en conocimientos previos: Derivadas, integrales,...

Carencias completas:  
Probabilidad, binomio de Newton,  
números complejos.

Secundaria

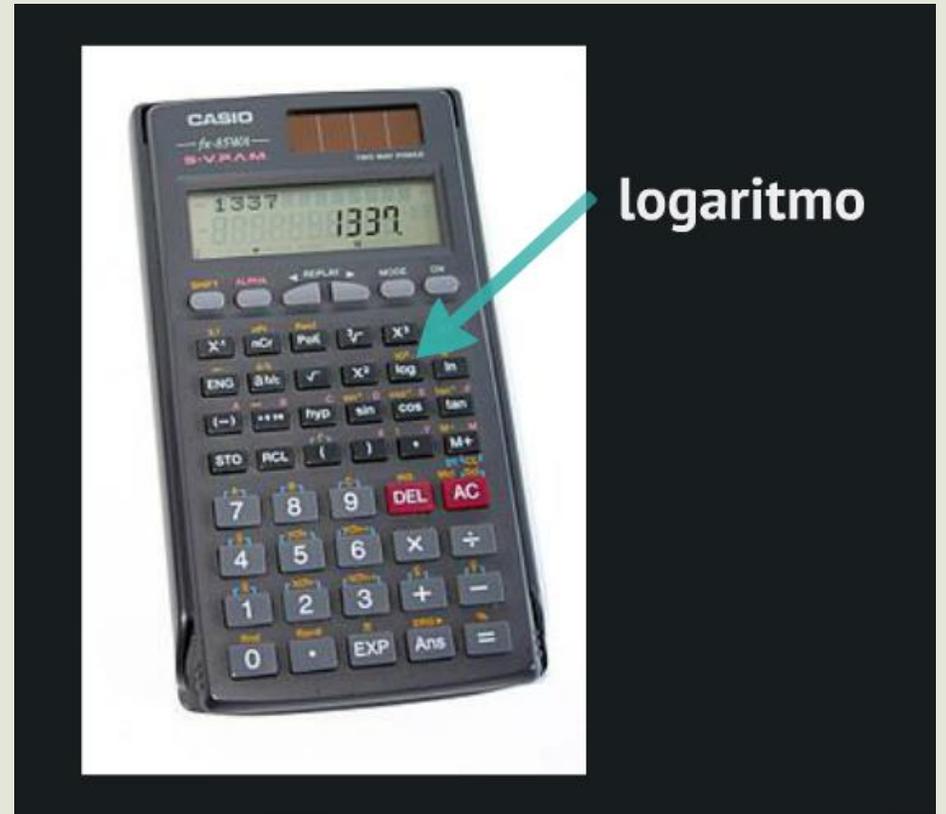


Universidad



## 10 enseñando matemáticas con vídeos

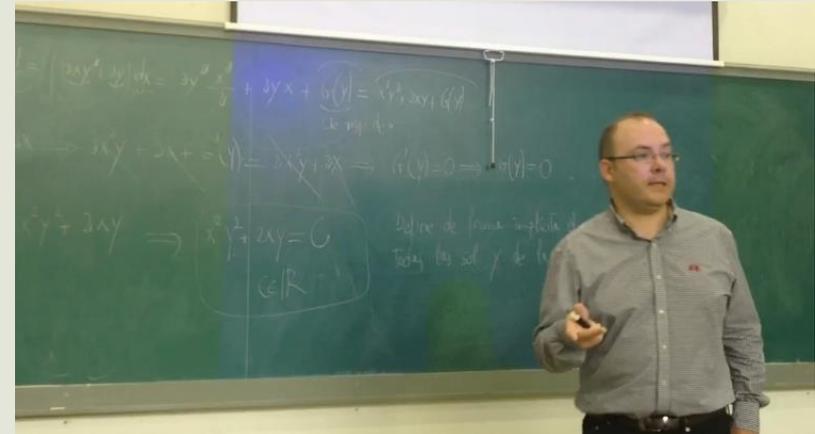
Realizan ejercicios de forma mecánica pero olvidan el significado de los objetos matemáticos.





# 10 enseñando matemáticas con vídeos

Los temarios de las asignaturas de Ingeniería son muy extensos.



## Matemáticas I (Grado Ing. Mecánica)

- A) Álgebra Lineal.
- B) Cálculo de una variable.
- C) Cálculo de varias variables.
- D) Programación lineal.
- E) Ecuaciones diferenciales.

## Cálculo II (Teleco)

- A) Variable compleja
- B) Ecuaciones diferenciales
- C) Transformada de Laplace





lasmatematicas.es

## AÑO 1999

Dar un material complementario para que el alumno repase los conocimientos previos.



lasmatematicas.es

## Finales de 2005

Creación de nuestros primeros vídeos.

Distribución en CD y por internet.



lasmatematicas.es

Proyecto pionero de vídeos de matemáticas (diciembre 2005).

Más de 4000 vídeos (secundaria y universidad).

Canal en YouTube pionero (agosto 2006), más de 125 mil suscriptores y 50 millones de reproducciones.

lasmatematicas.es

Inicio Contenidos Sobre mí

Estás en: Inicio

“ La labor del profesor no es demostrar lo que sabe, es transmitirlo ”

Las matemáticas no me entran, ¡¡Eso es un tópico, y vamos a acabar con él!!

lasmatematicas.es Portal de matemáticas completo para aprender desde sumar fracciones hasta resolver ecuaciones diferenciales.

Sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \rightarrow x + y &= 1 \Rightarrow y = \\ \rightarrow -3x + 2y &= 7 \Rightarrow -3x \\ &= \end{aligned}$$

Contenidos:

- **Contenidos de Matemáticas de educación secundaria.** (Muchos de estos vídeos están subtitrados)
- **Videos de problemas y desarrollos teóricos de**

lasmatematicas.es  
3.556 vídeos

Suscrito 123 k YouTube

lasmate  
92 160 Me g  
Aprende y Ap  
con Owlas  
Te gusta



lasmatematicas.es

Mi objetivo principal es que los alumnos aprendan bien las matemáticas.

Cubrir todos los contenidos de secundaria y universidad (ingenierías).

Control del ritmo de reproducción.

Control del aprendizaje.

# FLIP TEACHING



lasmatematicas.es

Agosto 2006:

Primer vídeo de  
lasmatematicas.es en  
YouTube.

YouTube ES

Prof. Juan Medina Molina

4)  $xy' - y = x^2y$  ←  
 $y(\frac{\pi}{2}) = \pi$   
 $xy' - y = x^2y$  Eq. d. f. Bered  
 $xy' - y = 0 \rightarrow xy' = y \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$

lasmatematicas.es

lasmatematicas.es

Suscribirse 96.278

38.110

Añadir a Compartir Más

Actualizado el 17/8/2006

Se presenta un vídeo de resolución de una ecuación diferencial. Vídeos como este pueden encontrarse en [www.lasmatematicas.es](http://www.lasmatematicas.es)  
Hay contenidos de secundaria y universidad (Más de 200 vídeos).

Fecha del  
primer vídeo  
de  
lasmatematica  
s.es en  
YouTube



lasmatematicas.es

16/11/2006:

Primer vídeo de  
KhanAcademy en  
YouTube.

YouTube ES

235  
x

Videos subidos de Khan Academy  
de Khan Academy · 4283/4.283 videos

- Algebra: Slope 3 de Khan Academy
- Algebra: Slope 2 de Khan Academy
- Algebra: Slope de Khan Academy
- Algebra: Slope and Y-intercept intuition de Khan Academy
- Algebra: graphing lines 1 de Khan Academy
- Age word problems 3 de Khan Academy
- Age word problems 2 de Khan Academy
- Algebra: Linear Equations 3 de Khan Academy 275.818 visualizaciones
- Greatest Common Divisor de Khan Academy 388.909 visualizaciones
- Level 4 division de Khan Academy 478.698 visualizaciones

Multiplication 7: Old video giving more examples

Khan Academy

Suscrito

187.726

+ Añadir a Compartir Más

Actualizado el 17/11/2006

2 examples of multiplying a 3 digit number times a 2 digit number. 1 example of multiplying a 3 digit number times a 3 digit number. More free lessons at: [http://www.khanacademy.org/video?v=\\_k...](http://www.khanacademy.org/video?v=_k...)

Fecha primer vídeo Khan Academy



lasmatematicas.es

**Creo que han vislumbrado  
el futuro de la educación.**

**Millones de dólares en  
ayudas.**





lasmatematicas.es

barrapunto.com

Login | Créate una cuenta | Bitácoras

Secciones

- portada
- américas
- e-derechos
- ciencia
- debian
- empleo
- entrevistas
- españa
- especiales
- eventos

Videos docentes de Matemáticas

editada por [Yonderboy](#) el 11 de Noviembre 2006, 02:47h desde el dept. que-cunda-el-ejemplo

[Juan Medina Molina](#) nos cuenta:

"Soy profesor de Matemáticas de la Universidad Politécnica de Cartagena. [matemáticas de secundaria y primer curso universitario](#). En ellos, hago los videos en pizarra. El método es original, propio y se enmarca en una experiencia que he tenido en el departamento de Matemáticas Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena. Creo que este material puede ser útil para muchos de estos videos, sobre unos 90, [están subtitrulados](#) para que puedan ser entendidos en todas las explicaciones."

Slashdot

Stories Firehose > All Popular Polls Deals Submit

Topics: Devices Build Entertainment Technology Open Source Science YRO

Please create an account to participate in the Slashdot moderation system

Check out the brand new [SourceForge HTML5 speed test!](#) Test your internet connection now. Works on all devices.

Interview With A Craigslist Scammer (infoworld.com)

Posted by [BeauHD](#) on Wednesday June 22, 2016 @06:00AM from the follow-the-rules dept.

[snydeq](#) writes:

Ever wonder what motivates people who swindle others on Craigslist? Roger Grimes did, so he set up a fake Harley Day

YouTube ES

235  
x

Videos subidos de Khan Academy  
de Khan Academy • 4283/4.283 videos

- Algebra: Slope 3 de Khan Academy
- Algebra: Slope 2 de Khan Academy
- Algebra: Slope de Khan Academy
- Algebra: Slope and Y-intercept intuition de Khan Academy
- Algebra: graphing lines 1 de Khan Academy
- Age word problems 3 de Khan Academy
- Age word problems 2 de Khan Academy
- Algebra: Linear Equations 3 de Khan Academy
- Greatest Common Divisor de Khan Academy
- Level 4 division de Khan Academy

Multiplication 7: Old video giving more examples

Khan Academy

187.726

Actualizado el 17/11/2006

2 examples of multiplying a 3 digit number times a 2 digit number. 1 example of multiplying a 3 digit number times a 3 digit number. More free lessons at: [http://www.khanacademy.org/video?v=\\_k...](http://www.khanacademy.org/video?v=_k...)

Fecha primer video Khan Academy



Vídeos “a mano alzada”.

Emplear el tiempo justo (cuesta generar el vídeo tanto como dura).

Es la forma tradicional de presentar los contenidos (clase magistral).

Ir desarrollando el contenido permite que el alumno lo vaya asimilando poco a poco.

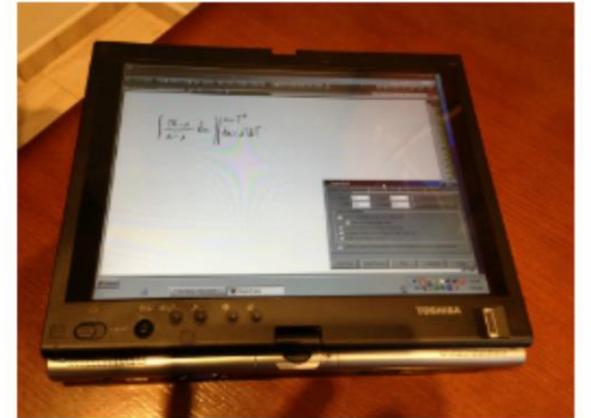
$\sigma$  Jordan, T. Green  $(A(i(\sigma)))$

$$\iint_{i(\sigma)} \left( \frac{\delta Q}{\delta x}(x,y) - \frac{\delta P}{\delta y}(x,y) \right) dx dy = \int_{\sigma} P(x,y) dx + Q(x,y) dy$$
$$A(i(\sigma)) = \iint_{i(\sigma)} 1 dx dy = (*)$$

$(*)$   $Q(x,y)=x$   
 $P(x,y)=0$   $(*) = \iint_{i(\sigma)} \left( \frac{\delta Q}{\delta x}(x,y) - \frac{\delta P}{\delta y}(x,y) \right) dx dy = \int_{\sigma} 0 dx + x dy = \int_{\sigma} x dy$

$(*)$   $Q(x,y)=0$   
 $P(x,y)=-y$   $(*) = \int_{\sigma} (-y dx + 0 dy) = \int_{\sigma} -y dx$   $A(i(\sigma)) = \int_{\sigma} x dy$   
 $A(i(\sigma)) = \int_{\sigma} -y dx$

# Procedimiento inicial para la generación de vídeos



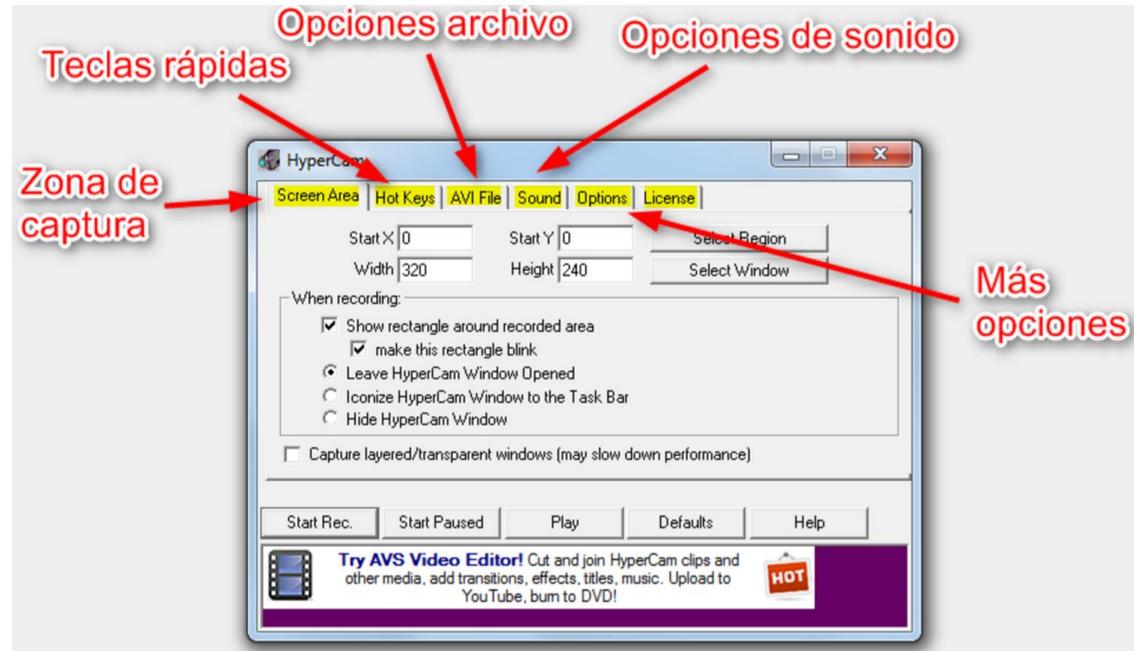
Tablet PC, Surface Pro, Tableta (Wacom,...)

# Procedimiento inicial para la generación de vídeos

## Software

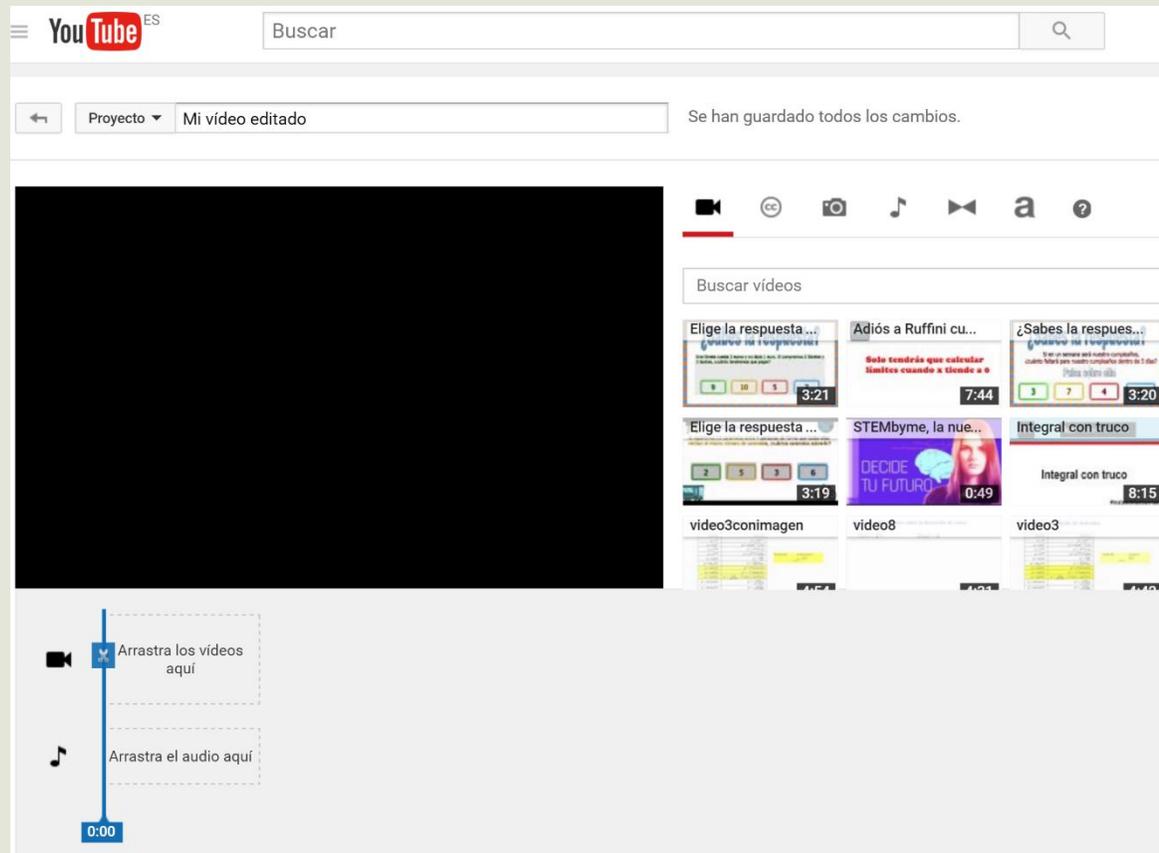
- OneNote (Microsoft Office).
- Hypercam 2 (gratuito).
- VirtualDub.

# Procedimiento inicial para la generación de vídeos



# Procedimiento inicial para la generación de vídeos

## Editor de YouTube



# Otros proyectos donde colaboro

The screenshot shows the homepage of the 'miriada' website. At the top left is the 'miriada' logo with a blue shield icon. To the right are language options: 'ESPAÑOL' and 'PORTUGUÉS'. Below this is a dark navigation bar with white text for 'CURSOS', 'EVENTOS', 'UNIVERSIDADES E INSTITUCIONES', 'CONÓCENOS', and 'SOPORTE'. The main content area features a background image of three people in a meeting. The headline reads 'Disfruta de la experiencia'. Below it is a search bar with the placeholder text '¿Qué quieres estudiar?' and a magnifying glass icon. At the bottom, there are social media icons for Twitter, Facebook, and LinkedIn, with the text 'SÍGUENOS EN' above them. In the bottom right corner, it says 'Ya somos 02220984'.

The screenshot shows the homepage of the 'STEM by me' website. At the top right are language options: 'ESPAÑOL' and 'PORTUGUÉS'. Below this is a white navigation bar with the 'STEM by me' logo on the left and 'INICIO', 'CURSOS', and 'EVENTOS' on the right. The main content area features a background image of a laptop displaying a video call with two women. The headline reads 'NO TE QUEDES CON DUDAS ¡ENTRA A PROFE S.O.S., PREGUNTA Y APRUEBA!'. Below this is a prominent pink button with the text 'REGÍSTRATE'. At the bottom, there is a dark teal search bar with the text 'Buscador'.



Proyecto de Fundación Telefónica.

Más de 60 cursos para alumnos de secundaria de materias STEM.

Español y portugués.

The screenshot shows the homepage of the STEM by me website. At the top right, there are language options: 'ESPAÑOL' and 'PORTUGUÉS'. The STEM by me logo is positioned on the left side of the header. To the right of the logo, there are navigation links for 'INICIO', 'CURSOS', and 'EVENTOS'. The main content area features a large image of a laptop displaying a video call with two women. Overlaid on this image is the text: 'NO TE QUEDES CON DUDAS ¡ENTRA A PROFE S.O.S., PREGUNTA Y APRUEBA!'. Below this text is a prominent pink button labeled 'REGÍSTRATE'. At the bottom of the page, there is a dark teal search bar with the placeholder text 'Buscador'.



No sirve “Letra a mano alzada”.

Word y editor de ecuaciones. NO

LaTeX

The screenshot shows the homepage of the STEM byme website. At the top right, there are language options: "ESPAÑOL" and "PORTUGUÉS". The STEM byme logo is in the top left. A navigation menu includes "INICIO", "CURSOS", and "EVENTOS". The main content area features a video player with a woman on the screen and the text: "NO TE QUEDES CON DUDAS ¡ENTRA A PROFE S.O.S., PREGUNTA Y APRUEBA!". Below the video is a pink "REGÍSTRATE" button. At the bottom, there is a search bar labeled "Buscador".

# Vídeos con LaTeX

- LaTeX.
- Captura de pantalla en imagen: Recortes, Screencast.
- Programa de edición de imágenes: Paint.
- Programa de edición de sonido: Audacity.
- Programa de edición de Vídeo: Camtasia Studio.

# Vídeos con LaTeX

Generación de  
elementos del vídeo  
(texto y matemáticas)

## Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal

Dos variables:  $x, y$

$\Rightarrow$  Máximos o mínimos  $\longrightarrow f(x, y)$

$f(x, y) = ax + by$  Función objetivo  $a, b \in \mathbb{R}$

Restricciones  $\leq \geq \longrightarrow$  Región factible

**MAX**  $-2x + 3y$

**s.a.:**

$$3x + 2y \leq 6$$

$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$

# Vídeos con LaTeX

## Elementos del vídeo

### Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal

Dos variables:  $x, y$

$\Rightarrow$  Máximos o mínimos  $\longrightarrow f(x, y)$

$f(x, y) = ax + by$  Función objetivo  $a, b \in \mathbb{R}$

Restricciones  $\leq \geq \longrightarrow$  Región factible

**MAX**  $-2x + 3y$

**s.a.:**

$$3x + 2y \leq 6$$

$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$

### Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal      Dos variables:  $x, y$

Máximos o mínimos       $f(x, y) = ax + by$        $a, b \in \mathbb{R}$

Función objetivo

Restricciones  $\longrightarrow$  Región factible

$\leq \geq$

**MAX**  $-2x + 3y$

**s.a.:**

$$3x + 2y \leq 6$$

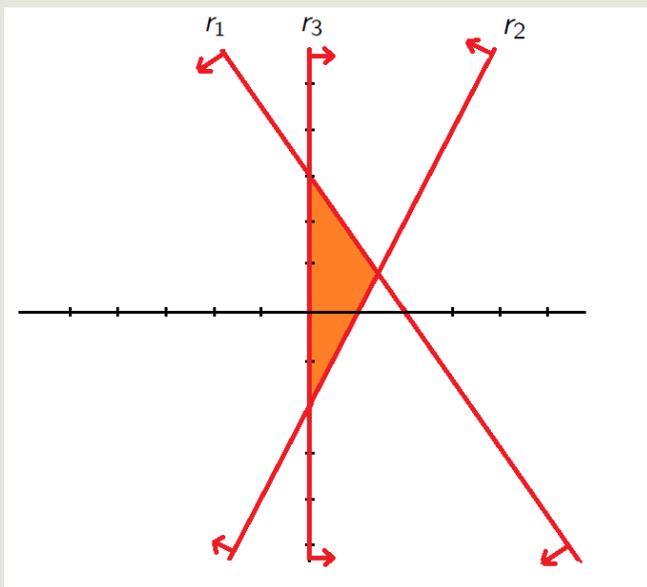
$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$

Dos puntos extremos son consecutivos si están sobre un mismo segmento de la frontera.

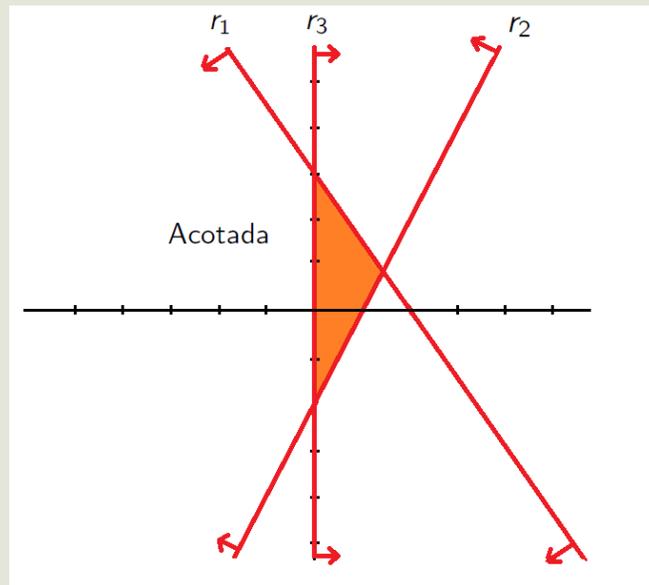
# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



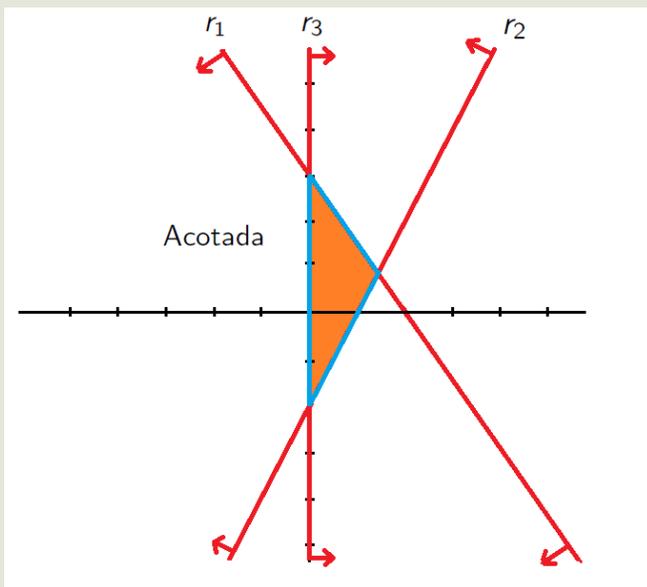
# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



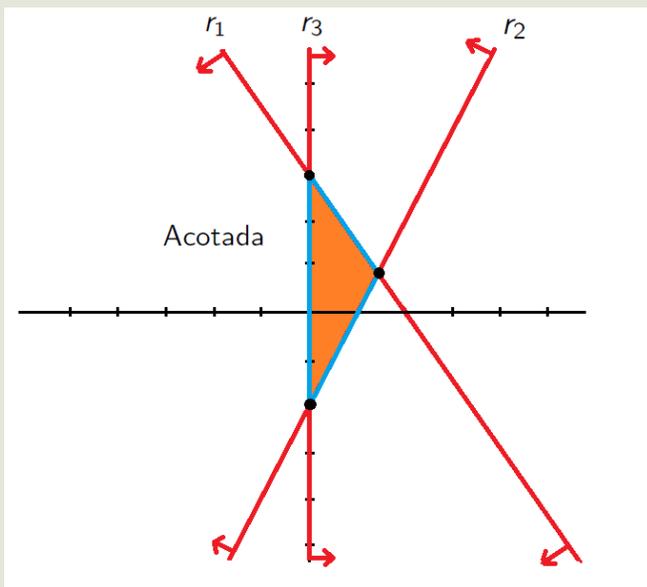
# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



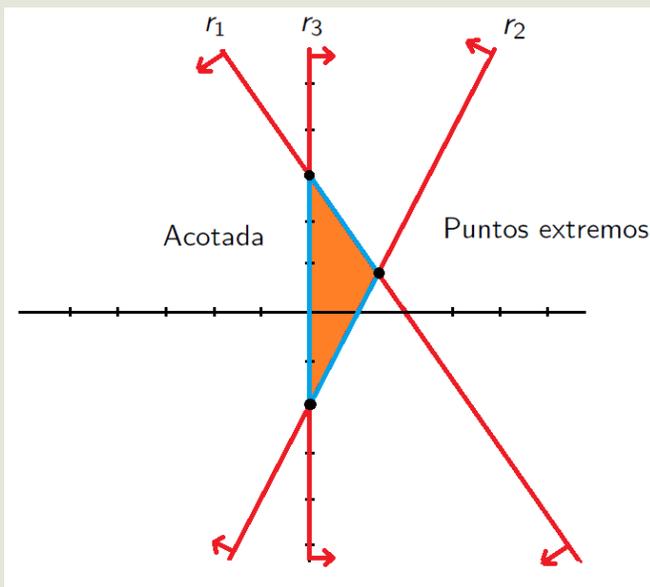
# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



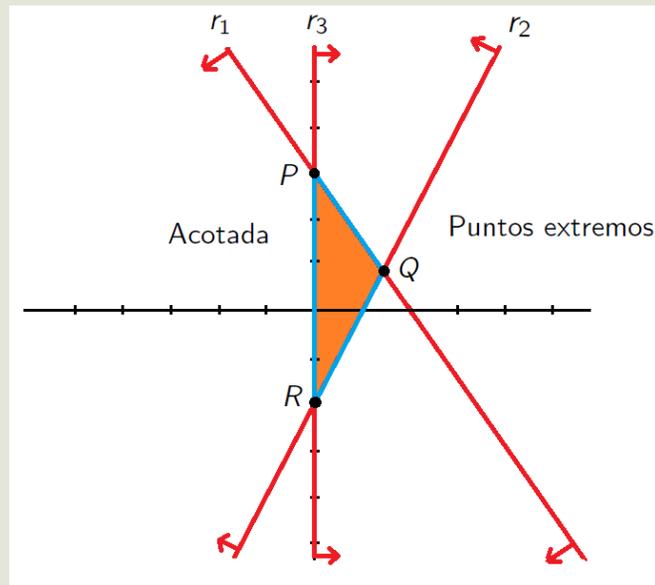
# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



# Vídeos con LaTeX

## Imágenes y gráficos



# Vídeos con LaTeX

## Grabación del audio

### Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal      Dos variables:  $x, y$

Máximos o mínimos       $f(x, y) = ax + by$        $a, b \in \mathbb{R}$   
Función objetivo

Restricciones  $\rightarrow$  Región factible  
 $\leq$        $\geq$

$$\text{MAX } -2x + 3y$$

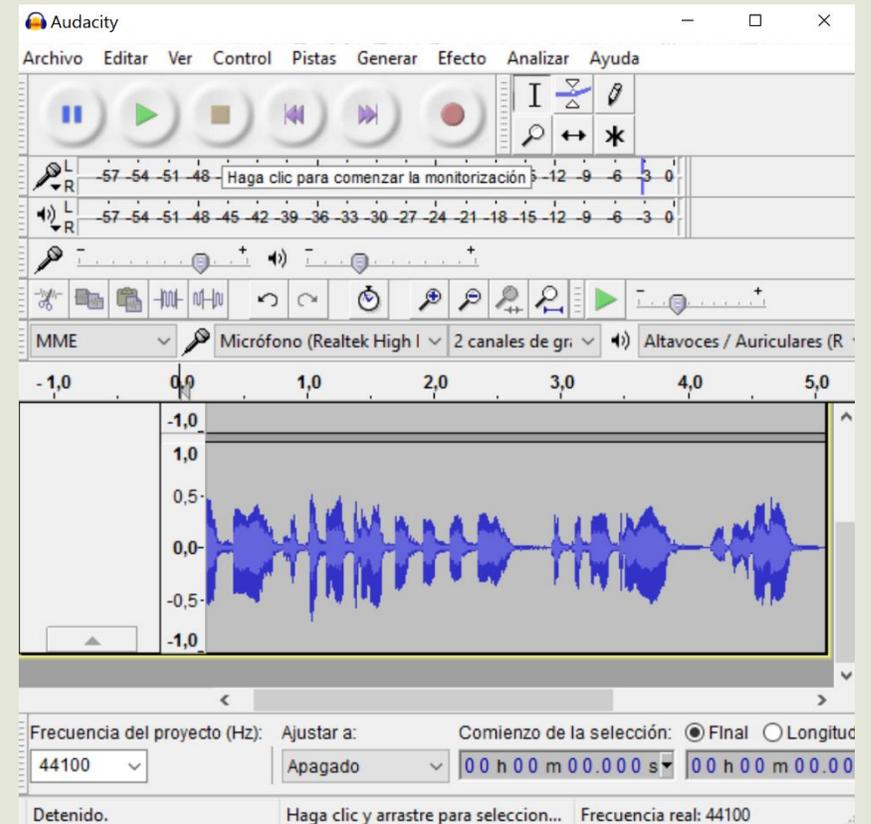
s.a.:

$$3x + 2y \leq 6$$

$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$

Dos puntos extremos son consecutivos si están sobre un mismo segmento de la frontera.



Image

Ejemplos.

ejemp... enbla... enbla... flecha... flech... graf2a... graf3a... grafa... grafb... grafc...

grafd... grafe... graff... igual... implic... introa... introa... introb... introc... introd...

Audio

video... video... video...

## Elementos de un problema de programación lineal

○ ○ ○

○ ○ ○

○ ○ ○

Clip Bin Library Callouts Zoom-n- Audio Transitions Cursor More

00:00:00,0 00:00:10,0 00:00:20,0 00:00:30,0 00:00:40,0 00:00:50,0 00:01:00,0 00:01:10,0 00:01:20,0 00:01:30,0 00:01:40,0

Track 7 enblancopeque.png

Track 6 ent enblancopeq

Track 5 enblancopeque.png enblancopeque.png enblancopeque.png

Track 4 introa.png introa.png introa.png

Track 3 **Elementos de un problema de programación lineal** titulo.png

Track 2 enblanco.bmp

Track 1 video3.wav video3.wav

## Image

Ejemplos.



## Audio



## Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal Dos variables:  $x, y$ Máximos o mínimos  $f(x, y) = ax + by$   $a, b \in \mathbb{R}$ 

Función objetivo

Restricciones  $\rightarrow$  Región factible $\leq \geq$ **MAX**  $-2x + 3y$ 

s.a.:

$$3x + 2y \leq 6$$

$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$

Clip Bin Library Callouts Zoom-n Audio Transitions Cursors More



00:01:50:00 00:02:00:00 00:02:10:00 00:02:20:00 00:02:30:00 00:02:35:28 00:02:40:00 00:02:50:00 00:03:00:00 00:03:10:00 00:03:20:00 00:03:30:00

Track 7 gra

Track 6 Highlighter grafb grafc.png

Track 5 Highlighter introb.png

Track 4

Track 3

Track 2

Track 1 video3.wav

Image

Ejemplos.

ejemp... enbla... enbla... flecha... flech... graf2a... graf3a... grafa... grafb... grafc...

grafd... grafe... graff... igual... implic... introa... introa... introb... introc... introd...

introe... introf... llaves... mas... max... men... perio... prueb... titulo...

Audio

video... video... video...

## Elementos de un problema de programación lineal

Programación lineal Dos variables:  $x, y$

Máximos o mínimos  $f(x, y) = ax + by \quad a, b \in \mathbb{R}$

Función objetivo

Restricciones  $\rightarrow$  Región factible

$\leq \geq$

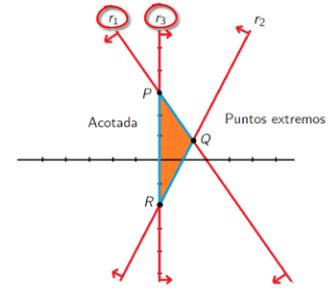
MAX  $-2x + 3y$

s.a.:

$$3x + 2y \leq 6$$

$$-2x + y \geq -2$$

$$x \geq 0$$



00:02:40:00 00:02:50:00 00:03:00:00 00:03:10:00 00:03:20:00 00:03:30:00 00:03:40:00 00:03:50:00 00:04:00:00 00:04:03:21 00:04:10:00 00:04:20:00

Track 7 gra

Track 6 Highlighter grafb grafc.png grafe.pr graff.png

Track 5

Track 4

Track 3

Track 2

Track 1 video3.wav video3.wav video3entreb.wav video3.wav

# Vídeos con LaTeX

Elementos de un problema de programación lineal

# En clase, ¿qué piensan los alumnos?

El alumno puede preparar previamente en casa los contenidos que trabajaremos en el aula.

En clase repasamos los vídeos que el alumno ha visto en casa.

Derivada direccional derivando una función de una variable

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$
$$\begin{array}{l} A \subseteq \mathbb{R}^n \\ a \in A \end{array}$$
$$(D_v f)(a) = ? \quad (D_v f)(a) = g'(0)$$
$$g(t) = f(a + tv)$$
$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y, z) = x \operatorname{sen} y + e^x z \cdot (D_{(1,1,-1)} f)(1,0,1)$$
$$g(t) = f((1,0,1) + t(1,1,-1)) = f(1, t, 1-t) = f\left(\begin{array}{c} 1+t \\ x \\ 1 \end{array}, \begin{array}{c} t \\ y \\ 1 \end{array}, \begin{array}{c} 1-t \\ z \\ 1 \end{array}\right) = (1+t) \operatorname{sen} t + e^{1+t} \cdot (1-t)$$
$$D_{(1,1,-1)} f(1,0,1) = g'(0) = \operatorname{sen} 0 + (1+0) \operatorname{cog} 0 + e^{1+0} (1-0) - e^{1+0} = 1 + 0 - 0 = 1$$
$$g'(t) = 1 \cdot \operatorname{sen} t + (1+t) \operatorname{cog} t + e^{1+t} (1-t) + e^{1+t} (-1) = \operatorname{sen} t + (1+t) \operatorname{cog} t + e^{1+t} (1-t) - e^{1+t}$$

# En clase, ¿qué piensan los alumnos?

- Me gusta: Rapidez a la hora de dar las clases, gran cantidad de contenidos digitales complementarios.
- No me gusta: los conceptos que requieren algo más de explicación al explicarlos rápidamente con videos pueden ser mucho más ~~fáciles~~ difíciles de entender.

Me gusta: Que puedo estudiar reposando clase por clase y no me quedan dudas.

No me gusta: Que no puedo tomar apuntes y al final no atiendo en clase, pues tener los videos me da seguridad excesiva.

Me gusta: la cantidad de ejemplos que vemos en clase

No me gusta: ~~que~~ nada en especial.

# En clase, ¿qué piensan los alumnos?

Me gusta: la variedad de ejemplos adecuados al abanico de problemas que puede suscitar.

No me gusta: más que complementar, parece depender.  
Las clases solo se dan viendo el ejemplo y luego el resultado, pero no en qué consiste el contenido.

Me gusta: la implicación del profesor con la asignatura, la cantidad de recursos que pone a disposición del alumno, la motivación para saber más fuera del contenido de la asignatura.

No me gusta: algunos videos no están completos (pocas).

Me gusta: que estén organizados los contenidos y claros por lo que es más fácil captar los ideas.

No me gusta: en algunos videos no se entiende bien lo letra, y en otros hay pausas en silencio de un período largo de tiempo.

# En clase, ¿qué piensan los alumnos?

Me gusta: Poder trabajar desde casa como si estuviera en la clase, además cuanto más material, más recursos y más ejercicios hechos y explicados es más sencillo aprender.

No me gusta: Que las clases a veces sólo se basen en los vídeos, dado que es complementario ¿no?.

Lo que me gusta: los vídeos son muy variados, tienen una gran carga ilustrativa y realmente son de utilidad.

Lo que no me gusta: se siente como si los vídeos fueran "el todo" de la asignatura, más que como un complemento de ésta. (aspecto no realmente negativo, sino más bien un matiz).

2 Me gusta: porque no todos los profesores nos proporcionan un material así y porque a la hora de llegar a casa podemos estudiar tranquilamente por el tema de que explica muy bien y puedes parar el vídeo, etc.

2 No me gusta: hay unos pocos (b) vídeos que dejan cosas en el aire, pero en general, están muy bien.

## En clase, ¿qué piensan los alumnos?

- Me gusta: Los videos son una excelente documentación de los contenidos del curso.
- No me gusta: Quizá hay demasiado énfasis en lo mismo como única forma de aprobar la asignatura.

Me gusta: porque puedo ver la explicación tantas veces como quiera.  
Puedo hacer los ejercicios de los videos y ver mis fallos.  
Puedo prepararme las clases antes de darlas y volverla a mirarla una vez acabada.

Me gusta: que se pueda ver las dudas en el momento

No me gusta: que no tiene relación con el examen puesto por el de parámetros

# En clase, ¿qué piensan los alumnos?

→ Me gusta: La forma de explicar en clase es bastante fluida y amena con los videos, que son bastante representativos, orientativos y si te has perdido algo puedes repasarlo en casa.

→ No me gusta: A veces la explicación de ciertas cosas queda un poco escueta.

- Me gusta: Que las clases sean acompañados con videos

- No me gusta: Que a la hora de hacer el final el que pone el examen es Carlos y pondrá lo que considere.

- Me gusta: Son contenidos muy útiles para estudiar y repasar fuera de clase en casa. Me sirven mucho para prepararme de cara al examen.

- No me gusta: Es más fácil distraerse en clase cuando explica con un video. A veces es difícil encontrar los videos, la ubicación.



# 10 enseñando matemáticas con vídeos



¡¡GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN!!